如果没有任何参数消失，就具有因果最小性：对于 $\mathcal{G}_1$ 或者 $\mathcal{G}_2$ 的真子图，分布不具有马尔可夫性，因为删除任何边，将对应新的（条件）独立，这在分布中不满足。注意，$\mathcal{G}_2$ 不是 $\mathcal{G}_1$ 的真子图。然而，它是 $\mathcal{H}$ 的一个真子图，因此，关于 $\mathcal{H}$ 不满足因果最小性。通常情况下，因果最小性比忠实性弱。

命题 6.35（忠实性隐含因果最小性） 如果 P_X 关于 $\mathcal{G}$ 具有马尔可夫性和忠实性，那么它具有因果最小性。

证明 该论证如下：如果 P_X 关于 $\mathcal{G}$ 的一个真子图 $\tilde{\mathcal{G}}$ 具有马尔可夫性，存在两个节点在 $\mathcal{G}$ 中直接相连，在 $\tilde{\mathcal{G}}$ 中不是。因此，它们在 $\tilde{\mathcal{G}}$ 中是 d 分离的，在 $\mathcal{G}$ 上不是，见问题 6.62。马尔可夫性隐含了 P_X 中的相应独立性，因此，P_X 关于 $\mathcal{G}$ 不具有忠实性。

下面的论述等价于因果最小性，希望能进一步帮助理解这个条件。对于 $\mathcal{G}$ 的分布是最小的，当且仅当不存在与它任何一个父节点条件独立的节点，给定它的其他父节点。从某种意义上说，所有的父节点都是“活跃的”。

命题 6.36（因果最小的等价性） 考虑随机矢量 $\boldsymbol{X}=(X_1, \cdots, X_d)$，假定联合分布关于乘积测度有一个密度。假定 P_X 关于 $\mathcal{G}$ 具有马尔可夫性。则 P_X 关于 $\mathcal{G}$ 满足因果最小性，当且仅当如果 $\forall X_j\ \forall Y \in \boldsymbol{PA}_j^{\mathcal{G}}$，有 $X_j \not\perp\!\!\!\perp Y \mid \boldsymbol{PA}_j^{\mathcal{G}} \setminus \{Y\}$。

证明 见附录 C.6。

已经看到，虽然忠实性是一个强有力的假设，它将条件独立语句与因果语义联系起来，但因果最小性是一个弱得多的条件。假设得到了一个因果图模型，在这个模型中违反了因果最小性。然后，在命题 6.36 的概念中，其中一条边是“不活跃的”。如果去掉这条边，这两个模型就不需要在定义 6.47 的意义上是反事实或干预等价的。然而，如果所有密度都是严格的阳性（或者只允许在 X_k 支持的一个子集上支持 X_k 的干预），那么它们是干预等价的，见问题 6.58。然后，因果最小性可以解释为在描述干预模型时避免冗余的惯例。在大多数模型类中，没有因果最小性，观测数据的可识别性是不可能存在的，例如，我们无法区分 $Y := f(X) + N_Y$ 和 $Y := c + N_Y$，如果仅允许 f 在 X 的支撑集之外与 c 不同，见备注 6.6 和命题 6.49。