

进行重构, 如下所示:

$$s(f(v_i), f(v_j)) - (s(f(v_i), f(v_k)) + \delta) \quad (4-53)$$

式中,  $f()$  与式 (4-1) 中的映射函数相同; 函数  $s(\cdot, \cdot)$  表示两个给定节点表示之间的相似度的度量, 可以用前馈神经网络建模; 参数  $\delta$  是调节两个相似性之间差异的阈值。例如, 较大的  $\delta$  表示  $v_i$  和  $v_j$  应该比  $v_i$  和  $v_k$  彼此更为相似。对于  $\mathcal{I}$  中的任一三元组  $(v_i, v_j, v_k)$ , 重构器希望式 (4-53) 大于 0。这使得节点间的相对信息可以被保留, 即正边相连的  $v_i$  和  $v_j$  比负边相连的  $v_i$  和  $v_k$  彼此更为相似。



(a) 包含正边和虚拟节点的三元组 (b) 包含负边和虚拟节点的三元组

图 4-6 用虚拟节点来扩张图 4-5(a) 中的三元组

### 3. 目标

为了确保节点表示可以保留  $\mathcal{I}$  中的信息, 需要优化映射函数, 以便对于  $\mathcal{I}$  中的所有三元组, 式 (4-53) 描述的目标可以大于 0。因此, 目标函数可以定义如下:

$$\min_{\mathbf{W}, \Theta} \frac{1}{|\mathcal{I}_0| + |\mathcal{I}_1|} \left[ \sum_{(v_i, v_j, v_k) \in \mathcal{I}_1} \max(0, s(f(v_i), f(v_k)) + \delta - s(f(v_i), f(v_j))) + \sum_{(v_i, v_j, v_0) \in \mathcal{I}_0} \max(0, s(f(v_i), f(v_0)) + \delta_0 - s(f(v_i), f(v_j))) + \alpha(R(\Theta) + \|\mathbf{W}\|_{\mathbb{F}}^2) \right] \quad (4-54)$$

式中,  $\mathbf{W}$  表示映射函数的参数;  $\Theta$  表示  $s(\cdot, \cdot)$  的参数;  $R(\Theta)$  表示对参数的正则化项。注意, 对于  $\mathcal{I}_1$  和  $\mathcal{I}_0$ , 使用不同的参数  $\delta$  和  $\delta_0$  区分来自这两个集合的三元组。

#### 4.3.5 超图嵌入

如 2.6.5 节介绍, 在超图中, 一条超边对一组节点之间的关系进行建模。DHNE 是一种利用超边中编码的节点关系来学习超图节点表示的方法<sup>[44]</sup>。具体来说, 它从超边中提取出两类信息: 一是由超边直接描述的节点相似性; 二是超边中的节点共现。接下来分别介绍其信息提取器、映射函数、重构器和目标。